

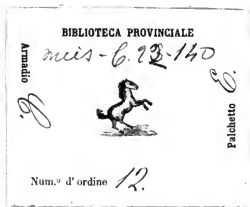
FLAUTI
—
ADDIZIONE

SALE

dy.
anea

2
0

VITTORIO EM. III





A D D I Z I O N E

D I

VINCENZIO FLAUTI

ALLE NUOVE SOLUZIONI DE' PROBLEMI DELLE TAZIONI

DEL SIGNOR NICOLA FERGOLA

Poco fa pubblicate in quest' anno 1809.

GLI artifizj di Geometria, de' quali si avvale il nostro Signor Fergola nella soluzione degl'indicati Problemi, erano già conosciuti nella sua Scuola, dal tempo che il General Pomereuil essendo stato dal Governo chiamato a sistemar l' Artiglieria Napolitana, condusse seco de'gl' Uffiziali de' Corpi Facoltativi, versatissimi nelle Matematiche discipline. Or alcuni di questi Geometri, volendo saggiare il valore di quei che sapevano le Matematiche in questa Capitale, si direffero a' Giovani della nostra Scuola, e proposer loro ultroneamente una serie di Problemi sulle Tazioni. Cotesti Problemi furono all' istante e con eleganza risolti da ingegnosi Giovani di detta Scuola; e tra il numero de' Geometri che impiegaronsi a tal lavoro, convien ricordare con lode i Signori Annibale Giordano, Stefano Forte, Felice Giannattasio, Pietro Schioppa ec.; conosciuti per alcune loro importanti ed utili produzioni Geometriche, ed alcuni di essi usaronvi artifizj analoghi a quelli che osservansi nelle soluzioni pubblicate dal Fergola in quest' anno. Intanto i proponenti restaron ben paghi delle soluzioni di costoro, ed ebber sempre per la nostra Scuola, quel rispetto, che la qualità del

a

Me.



Metodo d' insegnare , ed il valore di molti giovani , de' quali non ha mai mancato di accrescerne il numero , ispiravano ad essi .

Varie circostanze di nostra Nazione , han fatto oltrepassare i monti a molti giovani di questa Scuola , nè v'è mancato tra loro chi s'è trasferito fin nelle iperboree regioni . Que' proponenti de' Problemi delle Tazioni , dopo poco tempo ripatriaron; onde per l'una cagione e per l'altra , noi non sappiamo qual diffusione avessero avuti in altrui paese i principj euristici quì impiegati nel risolvere que' Problemi , o quale incitamento abbian prodotto al di fuori . Sappiamo non per tanto che il Signor *Camerer* illustre Geometra Tedesco , mosso da quelle stesse ragioni che il Signor *Fergola* ha fatto sì ben rilevare nelle soluzioni del *Vieta* , fece imprimere a Gota nel 1795 , cioè dieci anni dopo di questo fatto , un'Opera sulle Tazioni , rilevandovi i diversi casi de' Problemi , determinandoli tutti , ed assegnando i limiti della possibilità loro . Una tal' Opera ha la seguente epigrafe : *Apollonii Pergaei de Tactionibus quae supersunt , cum Vietae librorum Apollonii restitutione , adjectis observationibus , computationibus , ac Problematum Apolloniani historia .*

Il Signor *Montucla* , ci fa oltracciò consapevole nella sua importantissima Storia delle Matematiche , che il dotto Geometra Inglese *Lawson* , aveva anche di fresco pubblicato un libro intitolato : *The two Books of Apollonius , on tangencies restored* , vol. 1. in 4. , ch'egli congettura essere il libro de *Tactionibus* di Apollonio , restituito in una maniera diversa da quella del *Vieta* .

Intanto il Signor *Fergola* , occupato ad un' importantissimo lavoro , qual'è la sua *Arte Euristica* , volendo illustrare , come ha effettuato , varie delle opere perdute degli *Antichi* , aveva risolti tutti i Problemi delle Tazioni , facendoli dipendere da un solo principio , ch'è una proprietà nuova del Triangolo , e riducendoli tutti ad un facilissimo Lemma Problematico . E' vero , come l'Autore stesso il fa rilevare in quest' Opuscolo , che nelle Iperboli opposte , nelle quali potrebbesi ravvisare una serie di triangoli , che abbian data la base e la differenza de'

de' lati, un di questi lati sta alla perpendicolare calata dal suo estremo sulla direttrice in una ragion data; ma farebbe sì ageometrico il pretendere che da ciò abbia potuto il nostro Autore dedurne la sua proprietà del triangolo, quanto il sostenere, che la natura dell'iperbole, fosse comunicabile al triangolo, o che si potesse una tal proprietà dimostrare nell'iperbole, senza tener conto della proprietà caratteristica della curva. Si dovrebbe anche compromettere, chi ciò osasse asserire, di poter egli risolvere il seguente Problema „ *Dato un punto ed una retta di sito; determinare un' altro punto, talchè congiuntolo col proposto, ed abbassando da esso su quella retta la perpendicolare, sia la congiungente alla perpendicolare in data ragione.* ” in modo da pervenirne ad un'equazione ad una retta. Ei pure dovrebbe riuscir nel comporre l'Analisi Geometrica che reca il Newton al Problema de' tre cerchi, evitando le due iperboli.

Coteste di lui invenzioni eran note al Pubblico già prima di essere stampate, nè egli si farebbe mai affrettato a darle fuori prima di pubblicare la sua *Arte Euristica*. Alcune circostanze intanto, che la moderazione impedisce il rapportarle, obbligarono poco tempo fa alcuni giovani della sua Scuola a produrre staccato quest'Opuscolo, che potrà servire a' Geometri stranieri per un saggio dell'Opera intera.

L'eleganza ed il nitore, col quale co' principj del detto Geometra risolvonsi questi Problemi, mi fece venire il pensiero, che avrebbonfi potuto per mezzo di esso snodare con ugual successo i Problemi de' Contatti Sferici, che tanto occuparono il Fermat, insigne Geometra Francese. Or questi essendo stato provocato dal Cartesio, che li propose il Problema delle quattro sfere da farsi toccare da un'altra, il quale per altro conteneva più difficoltà di quello de' tre cerchi, volle completamente trattar questo soggetto, ove duolsi che altri prima di lui non s'asene occupato. L'esito felice ha confermata la mia aspettativa: i Problemi del Fermat, che oltre a que' nei che il Signor Fergola ha rilevati ne' Problemi delle Tazioni del Vieta, avevano anche l'altro, di esser nella



piupparte dipendenti dagli anteriori, restano con tali principj, non solamente risolti in loro stessi, ed in tutti i casi con eleganza; ma di più il loro numero si minora grandemente, dappoichè molte soluzioni di loro diventano identiche.

Per queste ragioni, per l'affinità di un tal soggetto con quello delle Tazioni, ed anche per un argomento di rispetto per l'Autore, e di penetrazione pel suo principio mi sono indotto ad abbozzare in quest'addizione al suo Opuscolo i principj delle soluzioni de' miei Problemi (che serbo ad altro destino), affinchè ne resti vieppiù comprovata l'importanza di questa nuova proprietà del Triangolo, seconda già nel suo nascere di due ricerche che hanno occupato per lungo tempo, e non con sì felice esito i primi Geometri d'Europa, e che potrebbe anche maravigliosamente applicarsi a molte altre importanti e difficili Geometriche quistioni. Per tilevarne qui di passaggio una che l'Autore ha anche indicata nel suo opuscolo; potrebbersi per mezzo di un tal principio consegnare eleganti analitiche dimostrazioni all'iperbole, ed ottener lo stesso per l'ellisse per mezzo dell'altro analogo. „ *Che se in un triangolo è data la base e la somma de' lati, deve un di questi serbare una ragion data alla perpendicolare che dal suo estremo si abbassa sulla regolatrice corrispondente* “. Ed in questo caso ciascuna delle due regolatrici si esibirà come nell'altro, prendendo però la terza proporzionale dopo la semibase e la semisomma de' lati.

I Problemi de' Contatti Sferici riduconsi dunque con questi nuovi artifizj di Geometria ad „ *Inclinare da un punto dato, ad una retta di sito, un'altra retta, tal che abbassata da quest'estremo una perpendicolare su di un piano dato, sia quell'inclinata a questa perpendicolare in data ragione* “ il qual Problema si riduce immaninente al Lemma Problematico del Signor Fergola. Per alcuni di essi è stato di più necessario lo stabilire il seguente Teorema Locale „ *Se sienvi tre piani di sito, sarà anche data di sito una retta, da ciascun punto della quale abbassate le perpendicolari su di essi piani, queste serbinsi tra loro ragioni date* “. E

9

E per dare un qualche saggio della maniera come si applicano questi principj allo scioglimento di tali Problemi , ne addurrò qui in astratto la soluzione di due i più principali di essi .

Primieramente si cerchi di „ *Descrivere una sfera, la quale tocchi „ due altre sfere date di magnitudine e di posizione , ed un piano di „ sito, e passi anche per un punto dato .*

Il centro O della sfera da descriversi si congiunga co' centri A , B delle Sfere date e col punto dato C, per mezzo delle OA , OB , OC; e dallo stesso punto C agli altri A , B conducansi pure le CA , CB.

I triangoli COA , COB hanno le condizioni del Teor. fundament. del Sig. Fergola dovranno per conseguenza esser dati que' punti delle loro basi, per dove passano le regolatrici del loro lato comune CO; e quindi faranno anche dati di posizione que' piani che passano per tali punti , e sono normali ad esse basi. Ma è anche data , per lo stesso principio , la ragione di un tal lato CO a ciascuna delle perpendicolari che dal punto O si abbassano sulle direttrici di esso lato ne' due triangoli COA , COB; cioè su que' due piani di sito: ed è di più data la ragione della CO alla perpendicolare che dal punto O si abbassa sul piano dato , essendo questa di uguaglianza; farà dunque data di sito quella retta nella quale deve trovarsi il punto O . Ond'è che il Problema proposto ; troverassi ridotto ad inclinare dal punto dato C a questa retta di suo un' altra retta sicchè da questo suo estremo abbassata la perpendicolare sul piano dato , sia quell' inclinata uguale a questa perpendicolare , cioè; come ho quassù accennato , al Lemma Problematico del Sig. Fergola .

In questa soluzione vi è compresa quella del Problema seguente : „ *Descrivere una Sfera , la quale tocchi un' altra data ed un piano di sito, ed oltre a ciò passi per due punti dati* “; e di più da essa , con un semplicissimo passaggio , rilevasi quella dell' altro Problema „ *Descrivere „ una Sfera la quale tocchi tre altre date , ed un piano di sito .*

In secondo luogo , propongasì a „ *Descrivere una Sfera la quale „ tocchi quattro sfere date di magnitudine e di sito,*

Dal

Dal centro O della Sfera da descriversi, a' centri A, B, C, D delle date conducansi le OA, OB, OC, OD , e poi congiungasi uno di questi centri A cogli altri per mezzo delle AB, AC, AD . I triangoli AOB, AOC, AOD avranno le condizioni del Teorema fondamentale del Sig. Fergola, e perciò dovranno esser dati que' punti delle loro basi per ove passano le regolatrici del lato comune AO ; e quindi faranno anche dati di sito que' tre piani, che passano per questi punti, e sono ad esse basi normali. Ma è data la ragione del lato AO a ciascuna delle perpendicolari che dal punto O si abbassano sulle direttrici di questo lato in ciascuno de' tre triangoli, cioè su que' tre piani di sito: dunque faranno pur date le ragioni di queste perpendicolari tra loro; e perciò sarà data di sito quella retta nella quale deve trovarsi il punto O . Ond'è che il Problema proposto si troverà ridotto ad inclinare dal dato punto A a questa retta di sito un' altra retta AO , sicchè abbassata dal suo estremo O la perpendicolare su di uno di quei tre piani di sito, sia data la ragione che a questa ferba la AO , cioè al Lemma Problematico del Sig. Fergola.

In questa soluzione vi son comprese quelle de' seguenti altri Probl.

„ *Descrivere una Sfera, la quale*

„ 1. *Passi per un punto dato e tocchi tre altre Sfere date di magnitudine e di sito.*

„ 2. *Passi per due punti dati e tocchi due altre Sfere date.*

„ 3. *Passi per tre punti dati, e tocchi un' altra Sfera data.*

„ 4. *Passi per quattro punti dati.*

In quest' ultimo caso però il centro della Sfera da descriversi resterà determinato senz' altro artificio dall' intersezione de' tre piani normali alle AB, AC, AD ne' punti medj di esse. E ciò potrà bastare pel fag- gio promesso.



